



PEMBAHASAN SOAL UN

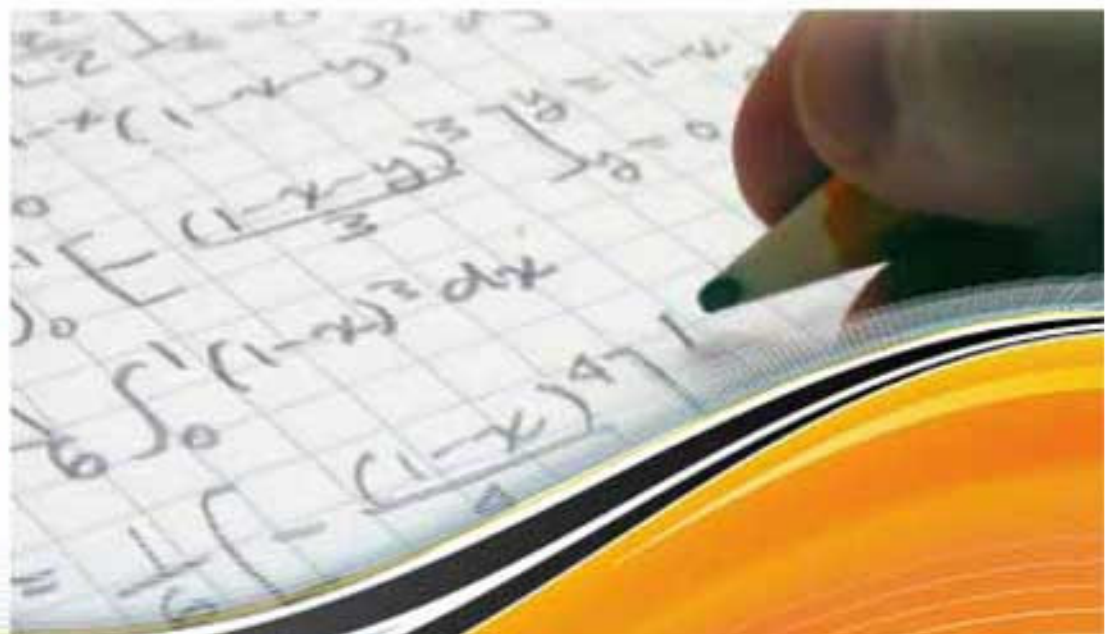
MATEMATIKA SMA IPS/KEAGAMAAN
TAHUN PELAJARAN 2010/2011

Tim Pembahas :

Jakim Wiyoto
Rohmitawati

Reviewer:

Sigit Tri Guntoro
Marfuah



2011

PAKET 39
UJIAN NASIONAL
TAHUN PELAJARAN 2010/2011

UTAMA

SMA/MA
PROGRAM STUDI IPS/KEAGAMAAN

MATEMATIKA

Tim Pembahas :

Jakim Wiyoto, S.Si.

Rohmitawati, S.Si.

Reviewer :

Sigit Tri Guntoro, M.Si.

Marfuah, M.T.

1. Suatu barisan aritmetika diketahui suku ke-5 adalah 22 dan suku ke-12 adalah 57. Suku ke-15 barisan ini adalah
- A. 62
 - B. 68
 - C. 72
 - D. 74
 - E. 76

Alternatif Penyelesaian:

Suku ke- n (U_n) barisan aritmetika dinyatakan sebagai $U_n = a + (n-1)b$ dengan a adalah suku pertama barisan dan b adalah beda atau selisih dua suku yang berurutan.

Suku ke-5 suatu barisan aritmetika adalah 22,

$$\begin{aligned} U_5 &= a + (5-1)b = 22 \\ &= a + 4b = 22 \dots \dots \dots (i) \end{aligned}$$

Suku ke-12 barisan tersebut sama dengan 57,

$$\begin{aligned} U_{12} &= a + (12-1)b = 57 \\ &= a + 11b = 57 \dots \dots \dots (ii) \end{aligned}$$

Dari persamaan (i) dan (ii), diperoleh satu sistem persamaan linier sebagai berikut.

$$\begin{cases} a + 11b = 57 \\ a + 4b = 22 \end{cases}$$

Sistem persamaan linier di atas salah satunya dapat diselesaikan dengan cara substitusi.

Perhatikan persamaan (ii),

$$\begin{aligned} a + 4b &= 22 \\ a &= 22 - 4b \dots \dots \dots (iii) \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (iii) ke persamaan (i)

$$\begin{aligned} 22 - 4b + 11b &= 57 \\ 7b &= 57 - 22 \\ b &= 5 \end{aligned}$$

Untuk mencari nilai a , masukkan nilai $b = 5$ ke persamaan (ii) atau persamaan (i).

$$\begin{aligned} a + 4.5 &= 22 \\ a + 20 &= 22 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

Penyelesaian untuk sistem persamaan di atas adalah $(a, b) = (2, 5)$, atau $a = 2$ dan $b = 5$.

Jadi suku ke-15 barisan aritmetika ini adalah

$$\begin{aligned} U_{15} &= a + (15 - 1)b \\ &= 2 + 14.5 \\ &= 72 \end{aligned}$$

Jawab: C

2. Suku ketiga dan suku keenam barisan geometri berturut-turut adalah 18 dan 486. Suku kedelapan barisan tersebut adalah
- A. 4.374
 - B. 3.768
 - C. 2.916
 - D. 1.458
 - E. 1.384

Alternatif Penyelesaian:

Suku ke- n (U_n) barisan geometri dinyatakan sebagai $U_n = ar^{n-1}$, dengan a adalah suku pertama dan r adalah rasio dua suku yang berurutan.

Suku ketiga suatu barisan geometri adalah 18 dan suku keenam suatu barisan geometri adalah 486.

$$\begin{aligned} U_3 &= ar^{3-1} = 18 \\ ar^2 &= 18 \dots \dots \dots (i) \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} U_6 &= ar^{6-1} = 486 \\ ar^5 &= 486 \dots \dots \dots (ii) \end{aligned}$$

Dari persamaan (i) dan (ii), diperoleh satu sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} ar^5 = 486 \\ ar^2 = 18 \end{cases}$$

Sistem persamaan linier di atas salah satunya dapat diselesaikan dengan cara substitusi.

Perhatikan persamaan (i),

$$ar^2 = 18$$

$$a = \frac{18}{r^2} \dots\dots\dots(iii)$$

Substitusikan persamaan (iii) ke persamaan (ii), persamaan (ii) dapat ditulis menjadi

$$\frac{18}{r^2} \cdot r^5 = 486$$

Nilai r yang memenuhi $\frac{18}{r^2} \cdot r^5 = 486$ adalah

$$\frac{18}{r^2} \cdot r^5 = 486$$

$$r^5 \cdot r^{-2} = \frac{486}{18}$$

$$r^3 = 27$$

$$r = 3$$

Untuk mencari nilai a , masukkan nilai $r = 3$ ke persamaan (ii) atau persamaan (i).

$$ar^2 = 18$$

$$a3^2 = 18$$

$$9a = 18$$

$$a = 2$$

Untuk $r = 3$, diperoleh nilai $a = 2$

Jadi suku kedelapan dari barisan ini adalah

$$U_8 = ar^{8-1}$$

$$= 2 \cdot 3^7$$

$$= 4374$$

Jawab: A

3. Suku kedua deret geometri dengan rasio positif adalah 10 dan suku keenam adalah 160. Jumlah 10 suku pertama deret tersebut adalah
- A. 5.215
 B. 5.210
 C. 5.205
 D. 5.120
 E. 5.115

Alternatif Penyelesaian:

Suku kedua deret geometri dengan rasio positif adalah 10

$$U_2 = ar^{2-1} = 10$$

$$ar = 10 \dots \dots \dots (i)$$

Suku keenamnya adalah 160

$$U_6 = ar^{6-1} = 160$$

$$ar^5 = 160 \dots \dots \dots (ii)$$

Dari (i) diperoleh $a = \frac{10}{r}$.

$a = \frac{10}{r}$ disubstitusikan ke (ii)

$$ar^5 = 160$$

$$\frac{10}{r} \cdot r^5 = 160$$

$$r^4 = 16$$

$$r = 2$$

Untuk $r = 2$, nilai $a = 5$

$$ar = 10$$

$$a \cdot 2 = 10$$

$$a = 5$$

Jadi nilai nilai r dan a yang memenuhi adalah $r = 2$ dan $a = 5$

Jumlah 10 suku pertama deret tersebut

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{5(2^{10}-1)}{2-1} \\ &= \frac{5(1024-1)}{1} \\ &= 5115 \end{aligned}$$

Jawab: E

4. Seorang ayah akan membagikan 78 ekor sapi kepada keenam anaknya yang banyaknya setiap bagian mengikuti barisan aritmetika. Anak termuda mendapat bagian paling sedikit, yaitu 3 ekor dan anak tertua mendapat bagian terbanyak. Anak ketiga mendapat bagian sebanyak
- A. 11 ekor
 - B. 15 ekor
 - C. 16 ekor
 - D. 18 ekor
 - E. 19 ekor

Alternatif Penyelesaian:

Pembagian 78 ekor sapi kepada 6 orang anak mengikuti barisan aritmetika. S_n , jumlah n suku pertama suatu barisan aritmetika adalah

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

Jumlah 6 suku pertama dari barisan pembagian sapi tersebut

$$\begin{aligned} S_6 &= \frac{6}{2}(2 \cdot 3 + (6-1)b) \\ 78 &= 3(6 + 5b) \\ 5b &= \frac{78}{3} - 6 \\ b &= 4 \end{aligned}$$

Banyaknya sapi bagian anak ke-3 merupakan suku ke-3 dari barisan tersebut

$$\begin{aligned}U_3 &= a + 2b \\ &= 3 + 2.4 \\ &= 11\end{aligned}$$

Jawab: A

5. Bentuk sederhana dari $\left(\frac{2a^5b^{-5}}{32a^9b^{-1}}\right)^{-1}$ adalah

- A. $(2ab)^4$
- B. $(2ab)^2$
- C. $2ab$
- D. $(2ab)^{-1}$
- E. $(2ab)^{-4}$

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\left(\frac{2a^5b^{-5}}{32a^9b^{-1}}\right)^{-1} &= \left(\frac{2a^5b^{-5}}{2^5a^9b^{-1}}\right)^{-1} \\ &= (2a^5b^{-5}2^{-5}a^{-9}b)^{-1} \\ &= (2.2^{-5}.a^5.a^{-9}b^{-5}b)^{-1} \\ &= (2^{-4}.a^{-4}b^{-4})^{-1} \\ &= (2ab)^{(-4)(-1)} \\ &= (2ab)^4\end{aligned}$$

Jawab: A

6. Nilai dari ${}^9\log 25 \cdot {}^5\log 2^{-3} \log 54 = \dots$.

- A. -3
- B. -1
- C. 0
- D. 2
- E. 3

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} {}^9 \log 25 \cdot {}^5 \log 2^{-3} \log 54 &= {}^{3^2} \log 5^2 \cdot {}^5 \log 2^{-3} \log 2 \cdot 27 \\ &= \frac{2}{2} \cdot {}^3 \log 5 \cdot {}^5 \log 2^{-3} \log 2 \cdot 3^3 \\ &= {}^3 \log 2^{-3} \log 2 + {}^3 \log 3^3 \\ &= {}^3 \log 3^3 \\ &= 3 \cdot {}^3 \log 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Jawab: E

7. Bentuk sederhana dari $(5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})(6\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$ adalah

- A. $22 - 24\sqrt{3}$
- B. $34 - 22\sqrt{3}$
- C. $22 + 34\sqrt{6}$
- D. $34 - 22\sqrt{6}$
- E. $146 - 22\sqrt{6}$

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})(6\sqrt{3} - 4\sqrt{2}) &= 5\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{3} - 7\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} \\ &= 30 \cdot 3 - 20\sqrt{6} + 42\sqrt{6} - 28 \cdot 2 \\ &= 90 - 56 + 22\sqrt{6} \\ &= 34 + 22\sqrt{6} \end{aligned}$$

Jawab: D

8. Akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 - x + 9 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Nilai $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \dots$

A. $-\frac{53}{27}$

B. $-\frac{3}{27}$

C. $\frac{1}{27}$

D. $\frac{3}{27}$

E. $\frac{54}{27}$

Alternatif Penyelesaian:

Bentuk umum persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ dengan } -\frac{b}{a} = x_1 + x_2 \text{ dan } \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2.$$

Untuk persamaan kuadrat $3x^2 - x + 9 = 0$

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} &= \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} \\ &= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} \\ &= \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right)}{\left(\frac{c}{a}\right)} \\ &= \frac{\left(-\frac{-1}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{9}{3}\right)}{\left(\frac{9}{3}\right)} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{9} - 6\right)}{3} \\ &= -\frac{53}{27} \end{aligned}$$

Jawab: A

9. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan $-2x^2 + 11x - 5 \geq 0$ adalah

A. $\left\{x \mid x \leq -5 \text{ atau } x \geq -\frac{1}{2}, x \in R\right\}$

B. $\left\{x \mid -5 \leq x \leq -\frac{1}{2}, x \in R\right\}$

C. $\left\{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq 5, x \in R\right\}$

D. $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{2} \text{ atau } x \geq 5, x \in R\right\}$

E. $\left\{x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 5, x \in R\right\}$

Alternatif Penyelesaian:

Pembuat nol dari $-2x^2 + 11x - 5 = 0$ adalah $x = 5$ atau $x = \frac{1}{2}$

$$-2x^2 + 11x - 5 = 0$$

$$(-x + 5)(2x - 1) = 0$$

$$\begin{array}{l} (-x + 5) = 0 \\ x = 5 \end{array} \quad \text{atau} \quad \begin{array}{l} (2x - 1) = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{array}$$

Ditinjau untuk nilai $-2x^2 + 11x - 5$ untuk $x < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} < x < 5$, dan $x > 5$

Untuk mengecek nilai $-2x^2 + 11x - 5$ untuk $x < \frac{1}{2}$ diambil suatu nilai x di mana

$x < \frac{1}{2}$. Misalkan diambil $x = 0$. Untuk $x = 0 \Rightarrow -2x^2 + 11x - 5 =$

$$-2 \cdot 0^2 + 11 \cdot 0 - 5 = -5.$$

Untuk $x < \frac{1}{2}$ bernilai negatif.

Untuk $\frac{1}{2} < x < 5$, $-2x^2 + 11x - 5$ bernilai positif.

Untuk mengecek ambil $x = 1 \Rightarrow -2x^2 + 11x - 5 = -2 \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 5 = 4.$

Untuk $x > 5$, $-2x^2 + 11x - 5$ bernilai negatif.

Untuk mengecek ambil $x=6 \Rightarrow -2x^2 + 11x - 5 = -2 \cdot 6^2 + 11 \cdot 6 - 5 = -11$.

Jadi $-2x^2 + 11x - 5 \geq 0$ atau dengan kata lain $-2x^2 + 11x - 5$ yang bernilai positif

atau nol dipenuhi untuk x di mana $\frac{1}{2} \leq x \leq 5$ ditulis $\left\{ x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 5, x \in R \right\}$.

Jawab: E

10. Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 13x - 7 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Jika $x_1 > x_2$, maka

nilai $2x_1 + 3x_2 = \dots$.

A. -12,5

B. -7,5

C. 12,5

D. 20

E. 22

Alternatif Penyelesaian:

Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 13x - 7 = 0$

$$2x^2 - 13x - 7 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 7) = 0$$

$$2x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ atau } x - 7 = 0$$

$$x = 7$$

$$x_1 = 7 \text{ dan } x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 7 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 14 - \frac{3}{2}$$

$$= 12,5$$

Jawab: C

11. Persamaan simetri grafik fungsi kuadrat $y = 5x^2 - 20x + 1$ adalah

- A. $x = 4$
- B. $x = 2$
- C. $x = -2$
- D. $x = -3$
- E. $x = -4$

Alternatif Penyelesaian:

Fungsi kuadrat $y = 5x^2 - 20x + 1$ berbentuk parabola, simetrinya adalah garis vertikal sejajar sumbu Y dan melalui puncak parabola.

Puncak parabola dapat ditinjau dari gradient garis singgung fungsinya. Puncak parabola terjadi di titik di mana gradient garis singgungnya sama dengan nol.

$$y = 5x^2 - 20x + 1$$

$$10x - 20$$

$$10x - 20 = 0$$

$$10x = 20$$

$$x = 2$$

Jawab: B

12. Koordinat titik potong grafik fungsi kuadrat $y = 3x^2 - x - 2$ dengan sumbu X dan sumbu Y adalah

- A. $(-1,0)$, $\left(\frac{2}{3},0\right)$, dan $(0,2)$
- B. $\left(-\frac{2}{3},0\right)$, $(1,0)$, dan $(0,-2)$
- C. $\left(-\frac{3}{2},0\right)$, $(1,0)$, dan $\left(0,-\frac{2}{3}\right)$
- D. $\left(-\frac{3}{2},0\right)$, $(-1,0)$, dan $(0,-1)$
- E. $\left(\frac{3}{2},0\right)$, $(1,0)$, dan $(0,3)$

Alternatif Penyelesaian:

Grafik fungsi $y = 3x^2 - x - 2$ memotong sumbu X di $y = 0$.

$$3x^2 - x - 2 = 0$$
$$(3x + 2)(x - 1) = 0$$
$$x = -\frac{2}{3} \text{ atau } x = 1$$

Jadi grafik fungsi $y = 3x^2 - x - 2$ memotong sumbu X di $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$ dan $(1, 0)$.

Grafik fungsi $y = 3x^2 - x - 2$ memotong sumbu Y di $x = 0$.

$$y = 3 \cdot 0^2 - 0 - 2$$
$$y = -2$$

Jadi grafik fungsi $y = 3x^2 - x - 2$ memotong sumbu Y di dan $(0, -2)$.

Jawab: B

13. Persamaan grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik $(1, 0)$ dan $(3, 0)$ serta melalui titik $(-1, -16)$ adalah
- A. $y = 2x^2 - 8x + 6$
 - B. $y = x^2 + 4x - 21$
 - C. $y = x^2 + 4x - 5$
 - D. $y = -2x^2 + 8x - 6$
 - E. $y = -2x^2 + 4x - 10$

Alternatif Penyelesaian:

Persamaan umum fungsi kuadrat adalah $y = ax^2 + bx + c$

Jika suatu fungsi kuadrat memotong sumbu X di titik $(1, 0)$ dan $(3, 0)$ serta melalui titik $(-1, -16)$ maka fungsi tersebut memenuhi persamaan (i), (ii), dan (iii) di bawah ini.

$$0 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$$
$$0 = a + b + c \dots \dots \dots (i)$$

$$0 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c$$

$$0 = 9a + 3b + c \dots\dots\dots(ii)$$

$$-16 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$$

$$-16 = a - b + c \dots\dots\dots(iii)$$

Diperoleh sistem persamaan linier

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ a - b + c = -16 \end{cases}$$

Sistem persamaan linier tersebut apabila ditulis dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Matriks $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ disebut matriks koefisien, dan matriks $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 16 \end{pmatrix}$ disebut matriks

hasil.

Sistem persamaan linier ini bisa diselesaikan dengan aturan Cramer.

Misalkan sebut matriks koefisien $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ sebagai matriks \mathbf{A} .

Determinan matriks \mathbf{A} , $|\mathbf{A}| = -16$

Matriks \mathbf{A}_1 adalah matriks \mathbf{A} dengan elemen pada kolom ke-1 diganti dengan elemen

matriks hasil. $\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 16 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Determinan \mathbf{A}_1 , $|\mathbf{A}_1| = -32$

Matriks \mathbf{A}_2 adalah matriks \mathbf{A} dengan elemen pada kolom ke-2 diganti dengan

elemen matriks hasil. $\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 9 & 0 & 1 \\ 1 & 16 & 1 \end{pmatrix}$.

Determinan \mathbf{A}_2 , $|\mathbf{A}_2| = 128$

Matriks \mathbf{A}_3 adalah matriks \mathbf{A} dengan elemen pada kolom ke-3 diganti dengan elemen

$$\text{matriks hasil. } \mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 16 \end{pmatrix}.$$

Determinan \mathbf{A}_3 , $|\mathbf{A}_3| = -96$.

Menurut aturan Cramer,

$$\begin{aligned} a &= \frac{|\mathbf{A}_1|}{|\mathbf{A}|} & b &= \frac{|\mathbf{A}_2|}{|\mathbf{A}|} & c &= \frac{|\mathbf{A}_3|}{|\mathbf{A}|} \\ &= \frac{-32}{-16} & &= \frac{128}{-16} & &= \frac{-96}{-16} \\ &= 2 & &= -8 & &= 6 \end{aligned}$$

Jadi fungsi kuadrat tersebut di atas memenuhi persamaan $y = 2x^2 - 8x + 6$.

Jawab: A

14. Diketahui $f(x) = -\frac{2-3x}{2}$, jika f^{-1} adalah invers dari f , maka $f^{-1}(x) = \dots$

- A. $\frac{2}{3}(1+x)$
- B. $\frac{2}{3}(1-x)$
- C. $\frac{3}{2}(1+x)$
- D. $-\frac{3}{2}(x-1)$
- E. $-\frac{2}{3}(x+1)$

Alternatif Penyelesaian:

Invers fungsi

$$\begin{aligned}f(x) &= -\frac{2-3x}{2} \\-(2-3x) &= 2f(x) \\-2+3x &= 2f(x) \\3x &= 2f(x)+2 \\x &= \frac{2}{3}(f(x)+1)\end{aligned}$$

Invers dari f ,

$$f^{-1}(x) = \frac{2}{3}(x+1)$$

Jawab: A

15. Seorang peternak ikan hias memiliki 20 kolam untuk memelihara ikan koki dan ikan koi. Setiap kolam dapat menampung ikan koki saja sebanyak 24 ekor, atau ikan koi saja sebanyak 36 ekor. Jumlah ikan yang direncanakan akan dipelihara tidak lebih dari 600 ekor. Jika banyak kolam berisi ikan koki adalah x , dan banyak kolam berisi ikan koi adalah y , maka model matematika untuk masalah ini adalah

- A. $x + y \geq 20, 3x + 2y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$
- B. $x + y \geq 20, 2x + 3y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$
- C. $x + y \leq 20, 2x + 2y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$
- D. $x + y \leq 20, 2x + 3y \geq 50, x \geq 0, y \geq 0$
- E. $x + y \leq 20, 3x + 2y \geq 50, x \geq 0, y \geq 0$

Alternatif Penyelesaian:

Karena kolam yang dimiliki hanya 20, maka jumlah kolam yang dipakai untuk memelihara ikan koki dan ikan koi harus tidak lebih dari 20.

$$x + y \leq 20$$

Setiap kolam dapat menampung ikan koki saja sebanyak 24 ekor, atau ikan koi saja sebangak 36 ekor. Jumlah ikan yang direncanakan akan dipelihara tidak lebih dari 600 ekor.

$$24x + 36y \leq 600 \text{ disederhanakan menjadi } 2x + 3y \leq 50.$$

Karena peternak tersebut akan memelihara ikan koki dan ikan koi, tentu saja ikannya tidak kurang dari nol.

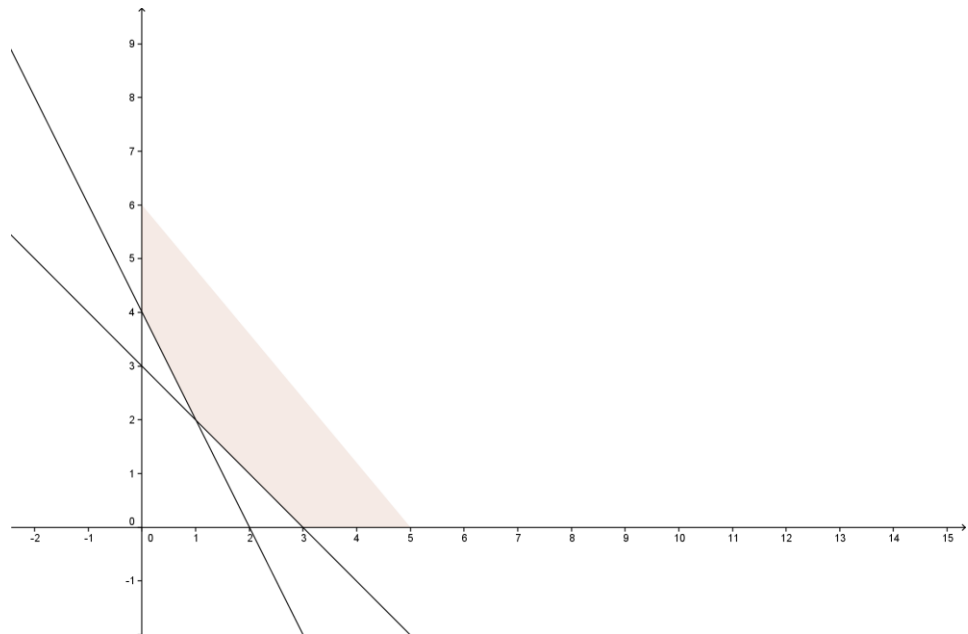
$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0.$$

$$\text{Model matematikanya } x + y \leq 20, 2x + 2y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$$

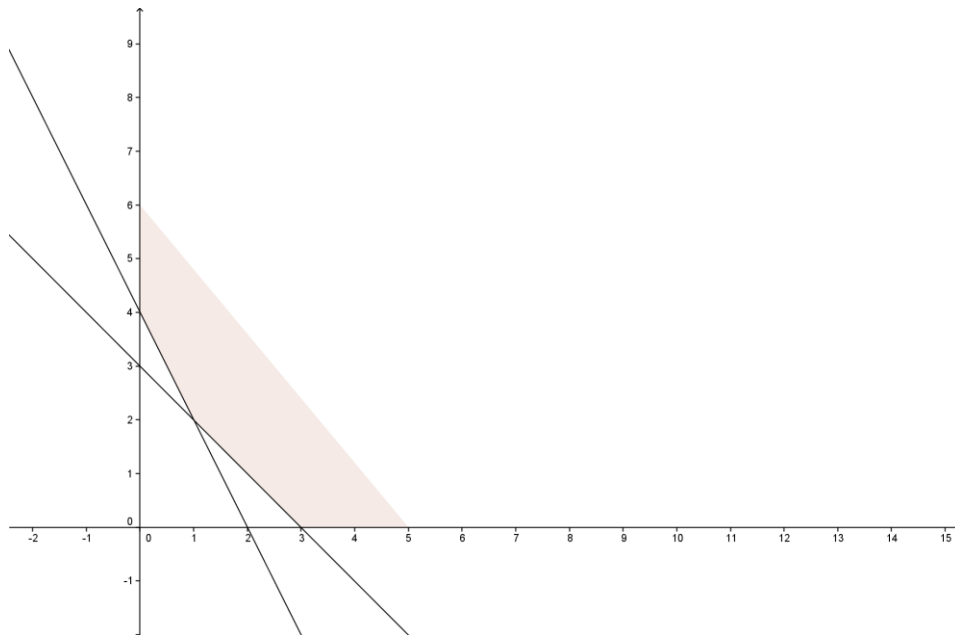
Jawab: C

16. Nilai minimum fungsi obyektif $f(x, y) = 3x + 2y$ dari daerah yang diarsir pada gambar adalah

- A. 4
- B. 6
- C. 7
- D. 8
- E. 9



Alternatif Penyelesaian:



Nilai minimum fungsi obyektif $f(x, y) = 3x + 2y$ akan ditinjau di tiga titik yaitu di titik A , B , dan C .

Titik $A(0, 4)$, titik B adalah titik potong garis $4x + 2y = 8$ dengan garis $3x + 3y = 9$, dan titik $C(3, 0)$.

Titik B adalah titik potong garis $4x + 2y = 8$ dengan garis $3x + 3y = 9$.

$$3x + 3y = 9$$

$$3x = 9 - 3y$$

$$x = 3 - y$$

$x = 3 - y$ disubstitusikan ke $4x + 2y = 8$

$$4x + 2y = 8$$

$$4(3 - y) + 2y = 8$$

$$12 - 4y + 2y = 8$$

$$-2y = -4$$

$$y = 2$$

$$\begin{aligned}
 &4x + 2.2 = 8 \\
 y = 2 \Rightarrow &4x + 4 = 8 \\
 &4x = 4 \\
 &x = 1
 \end{aligned}$$

Jadi titik potongnya di $B (1,2)$.

$$\text{Di titik } A(0,4) \Rightarrow f(0,4) = 3.0 + 2.4 = 8 .$$

$$\text{Di titik } B(1,2) \Rightarrow f(1,2) = 3.1 + 2.2 = 7 .$$

$$\text{Di titik } C(3,0) \Rightarrow f(3,0) = 3.3 + 2.0 = 9 .$$

Jadi nilai minimum fungsi obyektif $f(x, y) = 3x + 2y$ adalah 7.

Jawab: C

17. Seorang ibu memproduksi dua jenis keripik pisang, yaitu rasa coklat dan rasa keju. Setiap kilogram keripik rasa coklat membutuhkan modal Rp10.000,00, sedangkan keripik rasa keju membutuhkan modal Rp15.000,00 per kilogram. Modal yang dimiliki ibu tersebut Rp500.000,00. Tiap hari hanya bisa memproduksi paling banyak 40 kilogram. Keuntungan tiap kilogram keripik pisang rasa coklat adalah Rp2.500,00 dan keripik rasa keju Rp3.000,00 per kilogram. Keuntungan terbesar yang dapat diperoleh ibu tersebut adalah
- A. Rp110.000,00
 - B. Rp100.000,00
 - C. Rp99.000,00
 - D. Rp89.000,00
 - E. Rp85.000,00

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan x : keripik pisang rasa coklat

y : keripik pisang rasa keju

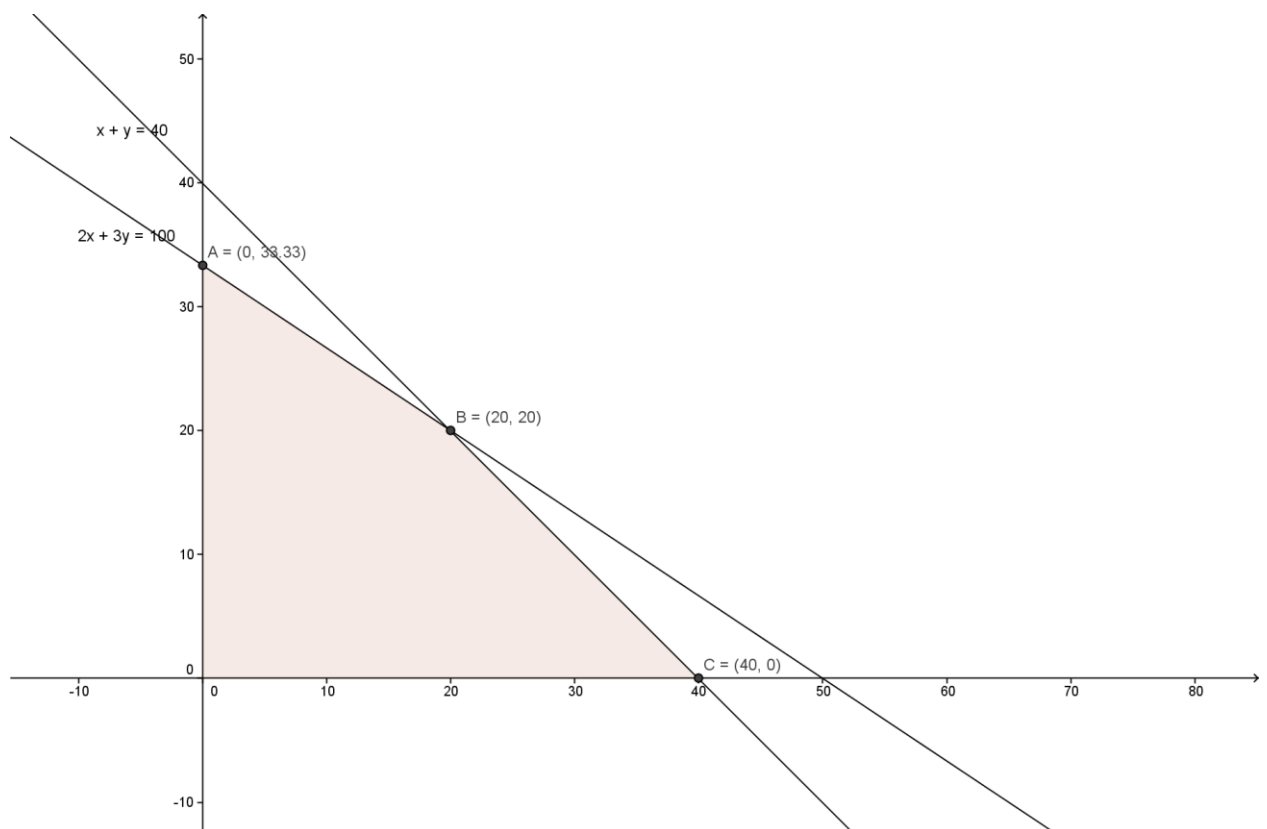
Permasalahan di atas adalah masalah mengoptimalkan fungsi

$f(x, y) = 2500x + 3000y$ dengan batasan $10000x + 15000y \leq 500000$, $x + y \leq 40$,
 $x \geq 0$, dan $y \geq 0$.

Persamaan $10000x + 15000y \leq 500000$ dapat disederhanakan menjadi $2x + 3y \leq 100$.

Sket grafik dan titik-titik potongnya sebagai berikut.

- (1) Titik potong garis $x = 0$ dengan garis $2x + 3y = 100$ di A $\left(0, \frac{100}{3}\right)$
- (2) Titik potong garis $y = 0$ dengan garis $x + y = 40$ di B $(20, 20)$
- (3) Titik potong garis $x + y = 40$ dengan garis $2x + 3y = 100$ di C $(40, 0)$



Ditinjau pada titik A, B, dan C yang memberikan $f(x, y) = 2500x + 3000y$ maksimal.

$$\text{Di A } \left(0, \frac{100}{3}\right), f\left(0, \frac{100}{3}\right) = 2500 \cdot 0 + 3000 \cdot \frac{100}{3} = 100000.$$

$$\text{Di B } (20, 20), f(20, 20) = 2500 \cdot 20 + 3000 \cdot 20 = 110000.$$

$$\text{Di C } (40, 0), f(40, 0) = 2500 \cdot 40 + 3000 \cdot 0 = 100000.$$

Jadi nilai optimum $f(x, y) = 2500x + 3000y$ adalah 110.000 terjadi di titik B (20,20).

Artinya keuntungan terbesar yang dapat diperoleh ibu adalah Rp110.000,00 dengan memproduksi kripik rasa keju dan rasa coklat masing-masing 20 kg per hari.

Jawab: A

18. Diketahui matriks $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, dan $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$. Nilai determinan

dari matriks $(\mathbf{AB} - \mathbf{C})$ adalah

A. -7

B. -5

C. 2

D. 3

E. 12

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \mathbf{AB} - \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \cdot 4 + (-2) \cdot (-2) & 3 \cdot 3 + (-2) \cdot (-1) \\ 4 \cdot 4 + (-1) \cdot (-2) & 4 \cdot 3 + (-1) \cdot (-1) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 16 & 11 \\ 18 & 13 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 16 - 4 & 11 - 10 \\ 18 - 9 & 13 - 12 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 12 & 1 \\ 9 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Determinan matriks } (\mathbf{AB} - \mathbf{C}) = 12 \cdot 1 - 1 \cdot 9 = 3$$

Jawab: D

19. Diketahui matriks $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ x & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -x & -1 \\ 3 & y \end{pmatrix}$, dan $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix}$. Jika $3\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{C}$

maka $x + y = \dots$

- A. -3
- B. -2
- C. -1
- D. 1
- E. 3

Alternatif Penyelesaian:

$$3\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

$$3 \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ x & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -x & -1 \\ 3 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 3x & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -x & -1 \\ 3 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12+x & 6+1 \\ 3x-3 & 3-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12+x & 7 \\ 3x-3 & 3-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix}$$

Dari kesamaan matriks di atas, diperoleh

$$\begin{array}{l} 12x = 10 \quad \text{dan} \quad 3 - y = 2 \\ x = -2 \quad \quad \quad y = 1 \end{array}$$

Jadi $x + y = -2 + 1 = -1$.

Jawab: D

20. Matriks \mathbf{X} yang memenuhi $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$ adalah

A. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 9 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -1 & 9 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Alternatif Penyelesaian

Cara I

Misalkan matriks $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ dan $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$.

Perkalian matriks \mathbf{A} matriks 2×2 dengan matriks \mathbf{X} menghasilkan matriks \mathbf{B} yang merupakan matriks 2×2 , maka matriks \mathbf{X} merupakan matriks 2×2 .

Misalkan $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}$.

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4x_{11} - 3x_{21} & 4x_{12} - 3x_{22} \\ -x_{11} + 5x_{21} & -x_{12} + 5x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas diperoleh suatu sistem persamaan linier

$$\begin{cases} 4x_{11} - 3x_{21} = 7 \dots\dots\dots(i) \\ -x_{11} + 5x_{21} = -6 \dots\dots\dots(ii) \\ 4x_{12} - 3x_{22} = 18 \dots\dots\dots(iii) \\ -x_{12} + 5x_{22} = 21 \dots\dots\dots(iv) \end{cases}$$

Dari (i) dan (ii)

$$\begin{array}{r}
(4x_{11} - 3x_{21} = 7) \times 1 \quad 4x_{11} - 3x_{21} = 7 \\
(-x_{11} + 5x_{21} = -6) \times 4 \quad \underline{-4x_{11} + 20x_{21} = -24} + \\
\hline
17x_{21} = -17 \\
x_{21} = -1
\end{array}$$

$$-x_{11} + 5(-1) = -6$$

Nilai $x_{21} = -1$ disubstitusikan ke persamaan (ii) $\Rightarrow -x_{11} - 5 = -6$
 $x_{11} = 1$

Dari (iii) dan (iv)

$$\begin{array}{r}
(4x_{12} - 3x_{22} = 18) \times 1 \quad 4x_{12} - 3x_{22} = 18 \\
(-x_{12} + 5x_{22} = 21) \times 4 \quad \underline{-4x_{12} + 20x_{22} = 84} + \\
\hline
17x_{22} = 102 \\
x_{22} = 6
\end{array}$$

$$-x_{12} + 5.6 = 21$$

Nilai $x_{22} = 6$ disubstitusikan ke persamaan (iv) $\Rightarrow -x_{12} + 30 = 21$
 $x_{12} = 9$

Jadi matriks $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$

Cara II

Misalkan matriks $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ dan $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$.

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{AX} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

$$\mathbf{IX} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

$$|\mathbf{A}| = 4.5 - (-3)(-1) = 17$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{17} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{17} & \frac{3}{17} \\ \frac{1}{17} & \frac{4}{17} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} \frac{5}{17} & \frac{3}{17} \\ \frac{1}{17} & \frac{4}{17} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{5}{17} \cdot 7 - \frac{3}{17} \cdot 6 & \frac{5}{17} \cdot 18 + \frac{3}{17} \cdot 21 \\ \frac{1}{17} \cdot 7 - \frac{4}{17} \cdot 6 & \frac{1}{17} \cdot 18 + \frac{4}{17} \cdot 21 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{5 \cdot 7 - 3 \cdot 6}{17} & \frac{5 \cdot 18 + 3 \cdot 21}{17} \\ \frac{1 \cdot 7 - 4 \cdot 6}{17} & \frac{1 \cdot 18 + 4 \cdot 21}{17} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Jawab: C

21. Diketahui matriks $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ dan $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$. Invers matriks \mathbf{AB} adalah

$$(\mathbf{AB})^{-1} = \dots$$

A. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$$E. \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \mathbf{AB} &= \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -5 \cdot 1 + 3 \cdot 1 & -5 \cdot (-1) + 3 \cdot (-3) \\ -2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & -2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-3) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Determinan } \mathbf{AB} = |\mathbf{AB}| = (-2) \cdot (-1) - (-4) \cdot (-1) = -2$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{AB})^{-1} &= \frac{1}{|\mathbf{AB}|} \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Jawab: A

22. Diagram berikut menyatakan jumlah anggota keluarga dari 50 siswa. Banyak siswa yang mempunyai jumlah anggota keluarga 5 orang adalah

- A. 13 siswa
- B. 14 siswa
- C. 15 siswa
- D. 16 siswa
- E. 17 siswa

Alternatif Penyelesaian:

Banyak siswa yang mempunyai jumlah anggota keluarga 3 orang adalah 4

Banyak siswa yang mempunyai jumlah anggota keluarga 4 orang adalah 12

Banyak siswa yang mempunyai jumlah anggota keluarga 5 orang adalah p

Banyak siswa yang mempunyai jumlah anggota keluarga 6 orang adalah 11

Banyak siswa yang mempunyai jumlah anggota keluarga 7 orang adalah 9

Banyak seluruh siswa = $4 + 12 + p + 11 + 9 = 50$.

Jadi banyak siswa yang jumlah anggota keluarga 5 orang adalah

$$\begin{aligned} p &= 50 - (4 + 12 + 11 + 9) \\ &= 14 \end{aligned}$$

Jawab: B

23. Nilai kebenaran pernyataan majemuk $(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim q$ pada tabel berikut adalah

p	q	$(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim q$
B	B	...
B	S	...
S	B	...
S	S	...

- A. SBSB
- B. BBBS
- C. BSBB
- D. BBBB
- E. BBSS

Alternatif Penyelesaian:

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim q$
B	B	S	S	B	B
B	S	S	B	B	B
S	B	B	S	B	B
S	S	B	B	S	B

Jawab: D

24. Ingkaran dari pernyataan: “18 habis dibagi 2 atau 9” adalah
- A. 18 tidak habis dibagi 2 dan tidak habis dibagi 9
 - B. 18 tidak habis dibagi 2 dan 9
 - C. 18 tidak habis dibagi 2 dan habis dibagi 9
 - D. 2 dan 9 membagi habis 18
 - E. 18 tidak habis dibagi 2 atau 9

Alternatif Penyelesaian:

Ingkaran dari pernyataan: “18 habis dibagi 2 atau 9” adalah “18 tidak habis dibagi 2 dan 9”.

Jawab: B

25. Diketahui premis-premis:

- (1) Jika semua warga negara membayar pajak, maka banyak fasilitas umum dapat dibangun.
 - (2) Tidak banyak fasilitas umum dapat dibangun.
- Kesimpulan yang sah dari kedua premis di atas adalah
- A. Semua warga negara tidak membayar pajak
 - B. Ada warga negara tidak membayar pajak
 - C. Semua warga negara membayar pajak
 - D. Semua warga negara membayar pajak dan tidak banyak fasilitas umum dapat dibangun
 - E. Semua warga negara tidak membayar pajak atau banyak fasilitas umum dapat dibangun

Alternatif Penyelesaian:

Premis (1) berupa implikasi “Jika semua warga negara membayar pajak, maka banyak fasilitas umum dapat dibangun.”

Implikasi ini terdiri dari anteseden berupa kalimat: “Semua warga Negara membayar pajak”, dan konsekusi berupa kalimat: “Banyak fasilitas umum dapat dibangun.”

Premis (2): “Tidak banyak fasilitas umum dapat dibangun.” merupakan negasi dari konsekusi dari implikasi di atas.

Berdasarkan kaidah argumentasi modus tollens maka kesimpulan dari dua premis di atas adalah pernyataan yang merupakan negasi dari anteseden, yaitu: “Tidak semua warga negara membayar pajak.” Atau “Ada warga negara tidak membayar pajak.”

Kaidah argumentasi modus tollens

Premis (1) berupa implikasi $p \Rightarrow q$

Premis (2) berupa negasi dari konsekuen $\sim q$

Maka kesimpulannya adalah negasi dari anteseden $\sim p$

Keabsahan argumentasi modus tollens ditunjukkan dalam tabel nilai kebenaran berikut ini.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$
B	B	S	S	B
B	S	S	B	S
S	B	B	S	B
S	S	B	B	B

Jawab: B

26. Nilai x yang memenuhi sistem persamaan $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 10 \\ \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 26 \end{cases}$ adalah ...

- A. $-\frac{2}{3}$
- B. $-\frac{1}{6}$
- C. $\frac{1}{7}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. $\frac{31}{4}$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 10 \dots\dots\dots(i) \\ \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 26 \dots\dots\dots(ii) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = 30 \\ \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 26 \quad + \\ \hline \frac{3}{x} + \frac{5}{x} = 56 \\ \frac{8}{x} = 56 \\ x = \frac{1}{7} \end{array}$$

Jawab: C

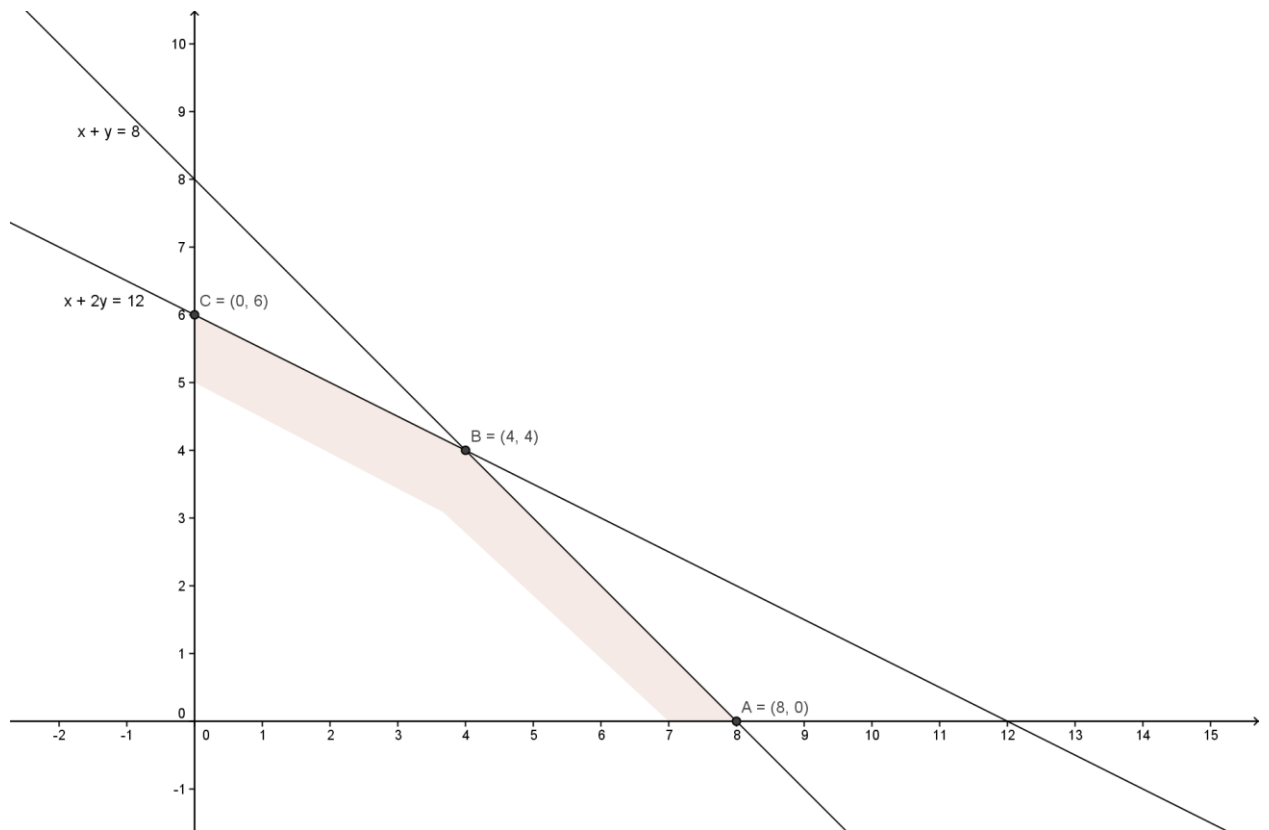
27. Nilai maksimum $f(x, y) = 5x + 4y$ yang memenuhi pertidaksamaan $x + y \leq 8, x + 2y \geq 12, x \geq 0$ dan $y \geq 0$ adalah

- A. 24
- B. 32
- C. 36
- D. 40
- E. 60

Alternatif Penyelesaian

Sket grafik dan titik-titik potongnya sebagai berikut.

- (1) Titik potong garis $y = 0$ dengan garis $x + y = 8$ di A (8,0).
- (4) Titik potong garis $x = 0$ dengan garis $x + 2y = 12$ di B (4,4).
- (5) Titik potong garis $x + y = 8$ dengan garis $x + 2y = 12$ di C (0,6).



Nilai maksimum $f(x, y) = 5x + 4y$ ditinjau di titik A, B, dan C

Di A (8,0), $f(8,0) = 5.8 + 4.0 = 40$

Di B (4,4), $f(4,4) = 5.4 + 4.4 = 36$

Di C (0,6), $f(0,6) = 5.0 + 4.6 = 24$

Nilai maksimum $f(x, y) = 5x + 4y$ terjadi di A (8,0), dengan nilai maksimum 40.

Jawab: D

28. Nilai $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 14x + 8}{x^2 - 3x - 4} = \dots$

- A. 4
- B. 2
- C. $\frac{1}{2}$
- D. -2
- E. -4

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 14x + 8}{x^2 - 3x - 4} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(3x - 2)(x - 4)}{(x - 4)(x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(3x - 2)}{(x + 1)} \\ &= 2\end{aligned}$$

Jawab: B

29. Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \left((5x - 1) - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right) = \dots$

- A. $\frac{3}{2}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $-\frac{1}{2}$
- E. $-\frac{3}{2}$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \left((5x-1) - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(5x-1)^2} - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{25x^2 - 10x - 1} - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{25x^2 - 10x - 1} - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right) \left(\frac{\sqrt{25x^2 - 10x - 1} + \sqrt{25x^2 + 5x - 7}}{\sqrt{25x^2 - 10x - 1} + \sqrt{25x^2 + 5x - 7}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\left(\sqrt{25x^2 - 10x - 1} \right)^2 - \left(\sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right)^2}{\sqrt{25x^2 - 10x - 1} + \sqrt{25x^2 + 5x - 7}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\left(\sqrt{25x^2 - 10x - 1} \right)^2 - \left(\sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right)^2}{\sqrt{25x^2 - 10x - 1} + \sqrt{25x^2 + 5x - 7}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(25x^2 - 10x - 1) - (25x^2 + 5x - 7)}{\sqrt{25x^2 - 10x - 1} + \sqrt{25x^2 + 5x - 7}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-15x + 6}{x \left(\sqrt{25 - \frac{10}{x} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{25 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^2}} \right)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-15 + \frac{6}{x}}{\left(\sqrt{25 - \frac{10}{x} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{25 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^2}} \right)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-15 + \frac{6}{x}}{\left(\sqrt{25 - \frac{10}{x} - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{25 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^2}} \right)} \right) \\ &= \frac{-15 + 0}{\sqrt{25 - 0 - 0} + \sqrt{25 - 0 - 0}} \\ &= \frac{-15}{10} \\ &= -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

Jawab: E

30. Grafik fungsi $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$ turun dalam interval

- A. $x < -3$ atau $x > 1$
- B. $x < -1$ atau $x > 3$
- C. $x < -3$ atau $x > -1$
- D. $-1 < x < 3$
- E. $1 < x < 3$

Alternatif Penyelesaian:

Naik-turunnya grafik suatu fungsi dapat ditinjau dari gradient garis singgungnya. Apabila gradient garis singgung fungsi di suatu titik bernilai negatif maka grafik fungsi di titik tersebut turun. Sebaliknya apabila gradient garis singgung fungsi di suatu titik bernilai positif maka fungsi di titik tersebut naik.

Gradient garis singgung grafik fungsi $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$ adalah turunan fungsi tersebut.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

Pembuat nol dari $3x^2 - 6x - 9$

$$3x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$(3x + 3)(x - 3) = 0$$

$$\begin{array}{l} 3x + 3 = 0 \quad \text{atau} \quad x - 3 = 0 \\ x = -1 \quad \quad \quad x = 3 \end{array}$$

Ditinjau nilai $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ untuk nilai x di $x < -1$, $-1 < x < 3$, dan $x > 3$.

Untuk meninjaunya, ambil salah satu titik dalam interval-interval tersebut.

Untuk $x = -2 \Rightarrow f'(-2) = 3(-2)^2 - 6(-2) - 9 = 15$. $f'(0)$ bernilai positif. Jadi untuk $-1 < x < 3$, $f'(x)$ bernilai positif.

Untuk $x = 0 \Rightarrow f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 - 9 = -9$. $f'(0)$ bernilai negatif. Jadi untuk $-1 < x < 3$, $f'(x)$ bernilai negatif.

Untuk $x = 4 \Rightarrow f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 - 9 = 15$. $f'(4)$ bernilai positif. Jadi untuk $x > 3$, $f'(x)$ bernilai positif.

Jadi $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$ turun pada interval $-1 < x < 3$.

Jawab: D

31. Diketahui $f(x) = (3x^2 - 5)^4$. Jika f' adalah turunan pertama f , maka $f'(x) = \dots$.
- A. $4x(3x^2 - 5)^3$
 - B. $6x(3x^2 - 5)^3$
 - C. $12x(3x^2 - 5)^3$
 - D. $24x(3x^2 - 5)^3$
 - E. $48x(3x^2 - 5)^3$

Alternatif Penyelesaian :

Misalkan $u(x) = 3x^2 - 5$ maka $u'(x) = 6x$

Jika $f(x) = \{u(x)\}^n$ maka $f'(x) = n[u(x)]^{n-1} \cdot u'(x)$

Sehingga

$$f(x) = (u(x))^4$$

$$f'(x) = 4[u(x)]^{4-1} \cdot u'(x)$$

$$= 4(3x^2 - 5)^3 \cdot 6x$$

$$= 24x(3x^2 - 5)^3$$

Jawaban : D

32. Untuk memproduksi suatu barang diperlukan biaya produksi yang dinyatakan dengan fungsi $B(x) = 2x^2 - 180x + 2500$ dalam ribuan rupiah. Agar biaya minimum maka harus diproduksi barang sebanyak....
- A. 30
 - B. 45
 - C. 60
 - D. 90
 - E. 135

Alternatif Penyelesaian :

$$B(x) = 2x^2 - 180x + 2500$$

Biaya produksi $B(x)$ akan mencapai nilai minimum dari nilai x yang diperoleh dari

$$B'(x) = 0.$$

$$B'(x) = 4x - 180$$

$$B'(x) = 0$$

$$4x - 180 = 0$$

$$4x = 180$$

$$x = \frac{180}{4}$$

$$x = 45$$

$B''(x) = 4 > 0$, maka $B(x)$ adalah nilai balik minimum.

Jadi agar biaya minimum maka harus diproduksi barang (x) sebanyak 45.

Jawaban : B

33. Dari angka 1, 2, 3, 4, dan 7 akan dibentuk bilangan yang terdiri dari tiga angka yang berbeda. Banyak bilangan berbeda yang dapat dibentuk dengan nilai masing-masing kurang dari 400 adalah....

- A. 12
- B. 24
- C. 36
- D. 48
- E. 84

Alternatif Penyelesaian :

Bilangan yang akan dibentuk terdiri dari 3 angka yang berbeda. Dalam hal ini berarti ada tiga tempat yang harus diisi yaitu tempat ratusan, puluhan dan satuan.

Bilangan yang dibentuk terdiri dari 3 angka yang berbeda sehingga pemakaian angka tidak boleh berulang.

1. Tempat ratusan

Bilangan yang terbentuk masing-masing kurang dari 400. Sehingga hanya dapat diisi oleh angka 1, 2, dan 3. Sehingga $n_1 = 3$.

2. Tempat puluhan

Hanya dapat diisi oleh 4 angka pilihan, karena satu angka telah dipakai untuk tempat ratusan. Sehingga $n_2 = 4$.

3. Tempat satuan

Hanya dapat diisi oleh 3 angka pilihan, karena satu angka telah dipakai untuk tempat puluhan. Sehingga $n_3 = 3$.

Jadi, banyaknya bilangan berbeda yang dapat dibentuk dengan nilai masing-masing kurang dari 400 adalah :

$$n_1 \times n_2 \times n_3 = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

Jawaban : C

34. Banyak cara memasang 5 bendera dari negara yang berbeda disusun dalam satu baris adalah....

- A. 20
- B. 24
- C. 69
- D. 120
- E. 132

Alternatif Penyelesaian :

Masalah ini merupakan permutasi karena melibatkan susunan dari suatu elemen atau unsur yang disusun secara berbeda.

Sehingga banyak cara memasang 5 bendera dari negara yang berbeda disusun dalam satu baris adalah:

$${}_5P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120.$$

Jadi ada 120 cara.

Jawaban : D

35. Pada percobaan lempar undi 3 keping uang logam bersama-sama sebanyak 600 kali, frekuensi harapan muncul paling sedikit dua gambar adalah....
- A. 500
 - B. 400
 - C. 300
 - D. 200
 - E. 100

Alternatif Penyelesaian :

Frekuensi harapan suatu kejadian pada suatu percobaan yang dilakukan n kali didefinisikan sebagai perkalian dari peluang kejadian itu dengan n , dirumuskan dengan :

$$f_n(E) = n \times P(E)$$

dengan

$P(E)$ = peluang kejadian yang diharapkan

$n(E)$ = banyaknya anggota kejadian E

$n(S)$ = banyaknya anggota ruang sampel (banyaknya kejadian yang mungkin)

n = banyaknya percobaan yang dilakukan

Dari soal diatas harapan muncul paling sedikit dua gambar dimana 3 keping uang logam di lempar bersama-sama, sehingga urutan angka dan gambar tidak berpengaruh maka

$$S = \{AAA, AAG, AGG, GGG\}$$

$$n(S) = 4$$

$$E = \{AGG, GGG\} \rightarrow n(E) = 2$$

$$P(E) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, n = 600$$

$$f_n(E) = n \times P(E) = \frac{1}{2} \times 600 = 300$$

Jawaban : C

36. Kotak I berisi 4 bola biru dan 3 bola kuning. Kotak II berisi 2 bola biru dan 5 bola merah. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola secara acak. Peluang terambilnya kedua bola berlainan warna adalah....

- A. $\frac{6}{49}$
- B. $\frac{15}{49}$
- C. $\frac{20}{49}$
- D. $\frac{21}{49}$
- E. $\frac{41}{49}$

Alternatif Penyelesaian :

Dari kotak I diambil sebuah bola

- Peluang yang terambil bola biru = $\frac{4}{7}$
- Peluang yang terambil bola kuning = $\frac{3}{7}$

Dari kotak II diambil sebuah bola

- Peluang yang terambil bola biru = $\frac{2}{7}$
- Peluang yang terambil bola merah = $\frac{5}{7}$

Peluang terambilnya kedua boal berlainan warna, bearti ada 3 kemungkinan sebagai berikut :

1. Peluang terambil bola dari kotak I berwarna biru dan kotak II berwarna merah

$$P_1 = \frac{4}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{20}{49}$$

2. Peluang terambil bola dari kotak I berwarna kuning dan kotak II berwarna biru

$$P_1 = \frac{3}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{49}$$

3. Peluang terambil bola dari kotak I berwarna kuning dan kotak II berwarna merah

$$P_1 = \frac{3}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{49}$$

Dengan demikian peluang terambilnya kedua bola yang berlainan warna adalah :

$$P_1 + P_2 + P_3 = \frac{20}{49} + \frac{6}{49} + \frac{15}{49} = \frac{41}{49}$$

Jawaban : E

37. Dari 20 kuntum bunga mawar akan diambil 15 kuntum secara acak. Banyak cara pengambilan ada....

A. 15.504

B. 12.434

C. 93.024

D. 4.896

E. 816

Alternatif Penyelesaian :

Banyak cara pengambilan 15 kuntum bunga dari 20 kuntum bunga :

$$\begin{aligned} {}_{20}C_{15} &= \frac{20!}{15!5!} \\ &= \frac{16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} \\ &= 15.504 \end{aligned}$$

Jawaban : A

38. Modus dari data pada tabel distribusi frekuensi berikut adalah :

Panjang Daun (mm)	Frekuensi
10 – 19	6
20 – 29	13
30 – 39	19
40 – 49	15
50 - 59	7

- A. 34,50
- B. 35,50
- C. 35,75
- D. 36,25
- E. 36,50

Alternatif Penyelesaian :

Menentukan modus dari sekelompok data yang tersusun dalam table distribusi frekuensi langkahnya sebagai berikut :

1. Menentukan kelas modus,yaitu kelas interval yang frekuensinya paling besar.

Dari tabel terlihat kelas interval ke-3 mempunyai frekuensi paling besar yaitu 19. Jadi kelas modus adalah kelas interval ke-3.

Sehingga :

$$T_b = 30 - 0,5 = 29,5$$

$$b_1 = 19 - 13 = 6$$

$$b_2 = 19 - 15 = 4$$

$$p = 39,5 - 29,5 = 10$$

2. Menentukan nilai modus

$$Mo = T_b + \left[\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right] p$$

dengan :

Mo = modus

T_b = tepi bawah kelas modus

b_1 = selisih frekuensikelas modus dengan dengan kelas sebelumnya

b_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya

p = panjang kelas modus

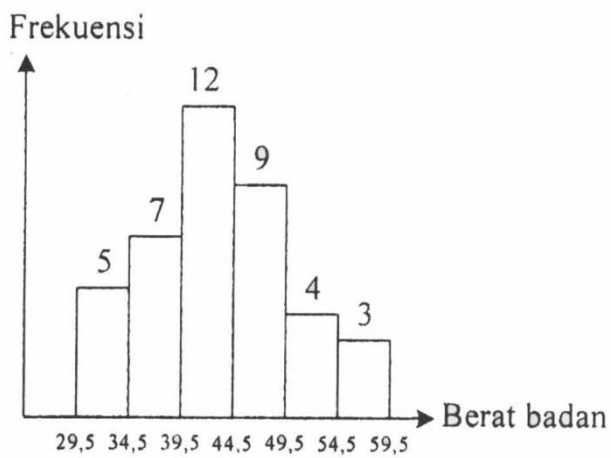
$$M_o = 29,5 + \left[\frac{6}{6+4} \right] 10$$

$$= 29,5 + 6$$

$$= 35,5$$

Jawaban : B

39. Rata-rata dari data yang disajikan dengan histogram berikut adalah



A. 41,375

B. 42,150

C. 43,125

D. 43,135

E. 44,250

Alternatif Penyelesaian :

Dari histogram dapat dibuat tabel sebagai berikut :

Batas Bawah Kelas Interval	Batas Atas Kelas Interval	Nilai Tengah Kelas Interval (x_i)	Frekuensi (f_i)
29.5	34.5	32	5
34.5	39.5	37	7
39.5	44.5	42	12
44.5	49.5	47	9
49.5	54.5	52	4
54.5	59.5	57	3

Selanjutnya dihitung nilai rata-rata :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \\ &= \frac{32 \times 5 + 37 \times 7 + 42 \times 12 + 47 \times 9 + 52 \times 4 + 57 \times 3}{5+7+12+9+4+3} \\ &= \frac{1725}{40} \\ &= 43,125\end{aligned}$$

Jawaban : C

40. Simpangan baku data 6, 4, 5, 6, 5, 7, 8, 7 adalah....

- A. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$
- B. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- C. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$
- D. $\frac{1}{2}\sqrt{6}$
- E. $2\sqrt{6}$

Alternatif Penyelesaian :

Diketahui banyak data (n) = 8

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} \\ \bar{x} &= \frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 1}{8} \\ &= \frac{48}{8}\end{aligned}$$

Selanjutnya akan dicari simpangan bakunya (S) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{8}((6 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (6 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (7 - 6)^2 + (8 - 6)^2 + (7 - 6)^2)} \\ &= \sqrt{\frac{12}{8}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{6} \end{aligned}$$

Jawaban : D